Procedeu de prelucrare a datelor provenite din măsurători ale caracteristicilor dendrometrice din arboretele echiene

Liviu-Adrian IACOB

1. Introducere

Cunoaşterea structurii arboretelor constituie o condiţie de bază pentru determinarea relaţiilor (interacţiunilor) care se stabilesc între arborii din aceeaşi specie sau din specii diferite. Pe această bază se pot atribui funcţii şi se pot stabili măsurile silvotehnice teoretice şi practice pentru gospodărirea optimă, în vederea maximizării beneficiilor din acestor arborete.

Evidenţierea unor caracteristici repetitive poate conduce la sistematizarea cunoştinţelor sub formă condensată în formule şi relaţii matematice. Din punct de vedere practic interesează caracterizarea structurii arboretelor sub aspectul volumului arborilor industrializabili sau de foc la unitatea de suprafaţă, structura masei lemnoase sub aspect calitativ şi dimensional etc. Din punct de vedere gnoseologic cunoaşterea modului de organizare a biosistemelor forestiere poate releva locul acestora între celelalte sisteme ale naturii, oferind posibilităţi de extrapolare la sistemele alogene mai greu accesibile (marine, fizice etc.) şi chiar de generalizare a unor legităţi în domenii conexe (agricultură ş.a.).

Cu dimensiuni accesibile măsurătorilor umane curente, caracteristicile biometrice ale arboretelor (diametre, înălţimi, volume unitare etc.) sunt perfect compatibile unităţilor de măsură adoptate de oameni pentru cunoaşterea naturii înconjurătoare, fiind de departe avantajate în raport cu unităţile de măsură cu care se operează în fizica cuantică sau în astronomie.

Într-o primă etapă, pentru descrierea structurii arboretelor s-au aplicat procedee analitice exacte care însă, nu au reuşit să surprindă varietatea de exprimare a complexităţii biosistemelor prin caracteristicile dendrometrice studiate. Statistica matematică a fost nevoită să suplinească astfel inconsistenţa cunoaşterii caracteristicilor unor populaţii de sute până la milioane de indivizi aflaţi într-o marcantă dinamică în lupta pentru supravieţuire (V. Giurgiu, 1972).

Sectorul silvic a fost şi este tributar procedeelor de investigare elaborate de statistica agricolă (deoarece în acest domeniu s-au afirmat promotorii biometriei) şi a fost mai puţin racordat la procedeele elaborate de alte ştiinţe precum fizica modernă, în speţă mecanica cuantică etc. A fost astfel posibil să se admită ideea că există diverse planuri de cunoaştere ale naturii (nivelul atomic, nivelul fizicii comune, nivelul planetar etc.) aferente unor modalităţi diferite de funcţionare a sistemelor naturale dar în concordanţă cu dimensiunea acestora; corespunzător, s-a impus modul de investigare şi de interpretare a domeniului mecanicii cuantice, complet diferit de acela al sistemelor uman-comensurabile, ceea ce a creat un imens clivaj în lumea ştiinţifică.

Un mare grad de insatisfacţie îl are specialistul din domeniul silvic atunci când conştientizează faptul că descrierea caracteristicilor dendrometrice ale unui arboret este departe de a fi surprinsă în legităţi matematice de largă acreditare.

Spre exemplificare, varietatea formulelor matematice care încearcă să descrie structura arboretelor echiene prin caracteristica de stare numită diametru este atât de vastă încât pot umple tratate de specialitate (V. Giurgiu, 1972, I. Leahu, 1993). După lecturarea lor rămâne totuşi de răspuns unor întrebări de bază:

- imaginăm relaţii matematice, în forme cât mai diverse, care să descrie, cât mai fidel, eşantioanele de date experimentale în care acţionează preponderent factorii aleatori,
- sau admitem existenţa unor legităţi matematice puternice prin care se exprimă biosistemul forestier, peste care se suprapune zgomotul de fond produs de factori aleatori?

Particularizând, ne putem întreba dacă influenţele regionale asupra caracteristicilor dendromerice trebuie să modifice forma unei ecuaţii sau numai parametrii acesteia (constantele ecuaţiei).

De răspunsul la aceste întrebări depinde, în mod decisiv, maniera de abordare a problematicii privind descrierea statistică a caracteristicilor unui arboret: în primul caz, lipsa unor legităţi în structurarea biosistemului forestier ar pune sub semnul întrebării însăşi rostul demersului ştiinţific şi nu se intrevede cum s-ar justifica necesitatea prelucrării algoritmice a datelor experimentale deoarece orice model este exclus din start; singura modalitate ştiinţific acceptabilă rămâne astfel existenţa unei forme unice a legităţii matematice care să descrie o anumită caracteristică dendrometrică, iar efortul specialiştilor trebuie canalizat tocmai pentru surprinderea acestor legităţi. Pentru evidenţierea unor legităţi trebuie alese numai acele arboreta cu structură optimă, caracterizate prin durabilitate la acţiunea factorilor aleatori, de mediu. Numai raportat la relaţiile stabilite in arboretele optime putem discerne dacă eşantionul luat în studiu este mai mult sau mai puţin îndepărtat de structura optimă (într-o stare de normalitate) precum şi gradul în care mai este acesta în măsură să respecte programul intern, stabilit genetic şi care se exteriorizează prin legităţi matematice ale căror traiectorii evoluează pe un trend orientat către structura optimă.

Aşadar, ne exprimăm convingerea că influenţele regionale pot modifica numai parametrii unei ecuaţii dendrometrice nu şi forma acesteia.

Efortul nostru va fi canalizat pentru determinarea modalităţilor teoretice şi practice de a surprinde aspecte calitative, exprimate prin relaţii funcţionale, din noianul de date referitoare la caracteristicile dendrometrice din arboretele echiene.

2. Materiale şi metoda de cercetare

Pentru surprinderea legităţilor de structurare a biosistemelor forestiere sub forma condensată a relaţiilor matematice ar fi necesar un material experimental cât mai vast, cu date culese la nivel de populație. Astfel, pentru molid, datele culese ar trebui să acopere o bună parte din suprafața Europei. La nivelul țărilor vecine ar trebui să funcționeze, pentru aceeaşi caracteristică a speciei, aceeaşi legitate naturală, de o parte şi de alta a frontierelor.

Pornind de la principiul că o legitate dendrometrică se manifestă identic în toate biosistemele forestiere s-au considerat suficiente, în acest stadiu, datele culese din măsurătorile efectuate în arboretele echiene din formații forestiere foarte diverse existente în nord-estul Moldovei (molidişuri, făgete, şleauri de deal); acestea au fost coroborate cu datele generale din lucrările de specialitate (dendrometrie, auxologie) din țară şi din străinătate.

Pentru o bună conectare interdisciplinară s-au folosit relațiile de conservare din fizica clasică, din mecanica cuantică şi din astronomie în scopul surprinderii unor legități mai generale de funcționare a naturii, în care sistemele forestiere ocupă o poziție intermediară sub aspect dimensional. Rezultatele teoretice au fost confruntate cu datele experimentale privind diverse caracteristici dendrometrice ale arboretelor echiene : diametre măsurate la înălțimea de 1,3 m, înălțimea arborilor, volumul unitar, creşterea anuală în diametru, creşterea curentă în înălțime etc. Urmând calea deschisă de fizică (E. Potolea, 2001), la elaborarea procedeului de prelucrare a datelor provenite din măsurători pentru fiecare caracteristică dendrometrică din arboretele echiene, a fost necesară parcurgerea următoarelor iterații principale:

- determinarea formei adecvate a funcției geneză;
- determinarea formei corecte a funcției de distribuție a fiecărei caracteristici dendrometrice;
- estimatorul valorii centrale (moda-medie);
- estimatorul valorii maxime a frecvenței de apariție a caracteristicii dendrometrice;
- estimatorul parametrilor gradului de împrăştiere a valorilor distribuției (varianța);
- enunțul principiilor şi generalizarea analitică a legităților;
- demonstrarea teoremelor pentru aplicațiile practice ale teoriei.

Aceasta a presupus parcurgerea celor trei trepte esențiale ale procesului de cunoaştere:

-acumularea observațiilor (treapta perceptivă);

-emiterea ipotezei ştiințifice (treapta rațională);

-verificarea în practică (criteriul adevărului).

O importanță deosebită s-a acordat instrumentului matematic folosit pentru o prezentare cât mai condensată a rezultatelor cercetărilor.

2.1. Ortogonalitatea în tehnica prelucrării datelor statistice

Caracteristicile dendrometrice se prezintă, de regulă, sub formă de şiruri de valori ordonate pe clase de mărimi egale. Pentru orice două şiruri de numere reale (sau complexe) din spațiul Hilbert finit dimensional $\Re^n$: $x=(x_n)_{n\geq 1}$ şi $y=(y_n)_{n\geq 1}$, se defineşte produsul scalar euclidian $<x|y>=\sum_{i=1}^{n} x_i y_i$ (sumarea se face pe întreg domeniul de definiție).

În dendrometrie se întâlnesc deseori şiruri de forma $p=(p_1,p_2,\ldots,p_n)$-pentru a prezenta frecvențele apariției unei caracteristici măsurate, - precum şi cele de forma:$x-a=(x_1-a,\ x_2-a,\ \ldots,\ x_n-a)$ unde *a* reprezintă un şir cu termeni constanți, de regulă egali cu o caracteristică medie a repartiției. Pentru lucrarea de față se evidențiază, în mod deosebit, proprietatea de ortogonalitate a celor două şiruri de caracteristici dendrometrice pentru care produsul scalar este nul: $<x|y>=0$.

Cele mai des întâlnite cazuri de ortogonalitate asociate şirului de valori ale densității de distribuție p(x) (pentru caracteristica dendrometrică x) sunt cele de forma: $<f(x)-f(M)|p>=0$ sau, in extenso, $\sum_{i=1}^{n} p(x_i)\cdot(f(x_i)-f(M))=0$, unde : f(x) este o funcție specifică fiecărei caracteristici dendrometrice studiate iar M este o constantă, de regulă o valoare centrală (moda-medie) a distribuției p(x). Desigur, $p(x)\geq 0$ însă (f(x)-f(M)) are în mod obligatoriu atât valori pozitive cât şi negative, astfel încât produsul scalar să fie nul.

Pentru fructificarea tehnicii operatorilor matematici (V. Brînzănescu, O. Stănăşilă, 1998), prezenți în toate domeniile moderne ale cunoaşterii ştiințifice, se adoptă notația vectorială de tip matrice coloană (p), de tip *n*x1, pentru şirul $=(p_n)_{n\geq 1}$. Operatorii (***A***) care vor acționa asupra acestor vectori coloană, transformându-i în alți vectori coloană, sunt matrici patratice (a_{ij}), diagonalizabile la forma: $a_{ii}=x_i$ iar $a_{ij}=0$ pentru $\forall\, i\neq j$ adică: $\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix} x_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & x_2 & 0 & 0 \\ 0 & . & . & . \\ 0 & . & . & x_n \end{pmatrix}$ Pentru orice funcție polinomială $f(x)=x^m$ există proprietatea că $f(\boldsymbol{A})$ este o matrice diagonală cu $a_{ii}=f(x_i)$ iar $a_{ij}=0$ pentru $\forall\, i\neq j$; notăm cu ***I*** matricea (pătratică) unitate. Adoptăm notația lui P.M. Dirac (Ş. Țițeica, 1984) în care |p> reprezintă vectorul coloană (ket), <x| reprezintă matricea linie (bra) iar <x|y> reprezintă produsul scalar al acestora (bra-ket). În acest caz, <x|A|y> este o mărime scalară care reprezintă efectul aplicării operatorului ***A*** asupra componentelor vectoriale tip bra-ket.

2.2. Funcția geneză

În arboretele echiene majoritatea distribuțiilor caracteristicilor dendrometrice sunt unimodale (au un singur punct de extrem, de regulă un maxim). Pentru a caracteriza proprietățile unei astfel de funcții de distribuție p(x) a caracteristicii dendrometrice (x) sunt necesare următoarele elemente:

a) valoarea abscisei punctului de extrem (moda, (M)) a distribuției p(x);
b) valoarea ordonatei punctului de extrem p(M);

c) valoarea varianței (w) care să măsoare gradul de împrăştiere a valorilor caracteristicii în jurul valorii centrale.

Atunci când valoarea centrală (moda, M) a distribuției poate fi pusă în legătură cu o valoare medie a caracteristicilor dendrometrice (x) prin intermediul unei relații care include o funcție continuă f(x)-numită funcția geneză-se poate demonstra că forma funcției de distribuție (densitatea repartiției, p(x)) este determinată în mod unic. Funcția de legătură între relația de mediere dintre toate valorile caracteristicii (x) şi valoarea abscisei punctului de extrem (M)-care în acest caz se va numi moda-medie,- trebuie să satisfacă relația (ecuația modă-medie):

$$\langle p|f(\boldsymbol{A})-f(M)\cdot\boldsymbol{I}|p^{k-1}\rangle \xrightarrow{P} 0 \tag{1}$$

pentru orice $k \geq 0$, adică,

$$\lim_{n\to\infty} \sum_{i=1}^{n} [p^k(x_i)\cdot(f(x_i)-f(M))] \xrightarrow{P} 0 \tag{2}$$

Este de datoria cercetătorului să determine forma corectă a funcției geneză pentru fiecare caracteristică dendrometrică în parte (diametru, înălțime etc). Forma funcției geneză nu poate suferi modificări ci constituie un invariant indiferent de gradul de apropiere sau de îndepărtare al setului de date experimentale de valorile considerate optime ale populației.

Ecuația modă-medie (1) este perfect similară relațiilor de conservare din fizica clasică (ex.: în ecuația de conservare a energiei, funcția geneză a energiei cinetice este de forma: $f(v)=v^2$ iar funcția geneză a energiei potențiale este de forma: $f(r)=r^{-1}$). Alte exemple de ecuații fundamentale din astronomie consolidează noțiunea de funcție generatoare precum în relațiile lui Kepler-Newton în care apare din nou expresia funcției generatoare a distanțelor (r) planetă-Soare, de tipul $f(r)=r^{-1}$, precum şi în relația dintre perioada de rotație (T) cu axa mare a planetei (r) din care rezultă funcția geneză timp: $f(t)=t^{-2/3}$. Funcțiile geneză identificate în dendrometrie au o formă foarte simplă, de tipul monoamelor: $f(x)=x^m$ unde $m \in [-2,2]$.

Accentuăm asupra necesității verificării unui număr cât mai mare de valori (k) ale puterilor lui p(x) în relația (1), îndeosebi pentru k=1 şi k=2 deoarece prin creşterea valorilor puterii se evidențiază, mai pregnant, valoarea modei-medie (M). Pentru distribuția normală, în cazul k=1 funcția geneză este $f(x)=x$ iar moda-medie corespunde mediei aritmetice pentru obiectele fizice accesibile măsurătorilor curente; în cazul k=2 se pune în evidență media spectrală de pondere $|\psi|^2$ folosită în mecanica cuantică (Ș. Țițeica, 1984). Se poate verifica direct, pe eşantioane experimentale, sau din expresia teoretică a distribuției normale că relația (1) este verificată pentru orice putere reală şi pozitivă (k). Această proprietate poate conduce la concilierea modului de interpretare probabilist al observabilelor din mecanica cuantică cu modul de interpretare al distribuției caracteristicilor unor mărimi fizice din sistemele accesibile simțurilor omeneşti (uman-comensurabile).

2.3. Funcția de distribuție

Afirmația de mai sus este susținută de faptul că relația (1) trebuie să reprezinte un caz particular al unei relații mai generale, care leagă forma distribuției teoretice de funcția geneză şi care are expresia: $|\nabla p\rangle = a\cdot(f(\boldsymbol{A})-f(M)\cdot\boldsymbol{I})\cdot|p\rangle$ (3)

unde: $\langle\nabla| = (\partial/\partial x_1, \partial/\partial x_2, ..., \partial/\partial x_n)$ este operatorul gradient iar a este un parametru constant (***A*** şi M au semnificația descrisă mai sus).

Din (3) rezultă cu uşurință forma funcției de distribuție p(x):

$$p(x)=p(M)\cdot EXP(a\cdot\int_M^x (f(x)-f(M))dx)= p(M)\cdot EXP(a\cdot(F(x)-F(M)-(x-M)\cdot f(M)) \quad (4)$$

în care F(x) este primitiva funcției geneză f(x) iar EXP(z) este operatorul funcției exponențiale.

Funcția geneză f(x) determină în mod unic forma funcției de distribuție p(x) prin intermediul ecuației diferențiale (3). Reciproc, cunoaşterea expresiei funcției teoretice de distribuție garantează cunoaşterea formei funcției geneză din relația:

$$\partial p(x)/\partial x = p(x)\cdot a\cdot(f(x)-f(M)) \quad (5)$$

Funcțiile de distribuție de tip (4) sunt unimodale şi verifică ecuația funcției geneză (1) pentru orice exponent pozitiv al puterii (k). Această proprietate constituie un test puternic pentru validarea tipului de funcție geneză precum şi a distribuției asociate acesteia.

2.4. Estimatorul valorii centrale (moda-medie)

În forma distribuției teoretice (4) a unei caracteristici dendrometrice nu cunoaştem, în acest moment, valoarea centrală (M). Aparent, relația (1) ne garanta determinarea valorii centrale însă rolul ei este acela de a determina forma corectă a funcției geneză. Pentru estimarea valorii centrale a distribuției se utilizează proprietatea de ortogonalitate între vectorul densitate de distribuție (p(x)) şi gradientul acestuia (∇ p):

$$\langle\nabla p|p\rangle=0 \quad (6)$$

Coroborată cu relația (3) din relația (6) obținem, în mod explicit:

$$\lim_{n\to\infty}\sum_{i=1}^{n} [p^2(x_i)\cdot(f(x_i)-f(M))] \xrightarrow{P} 0 \quad (6')$$

adică iterația a doua a relației (2) pentru cazul k=2. Din relația (6') se obține cu uşurință estimatorul valorii centrale (M). Aşa cum am amintit, puterea a doua a frecvențelor, folosită la determinarea valorii centrale unifică modul de calcul al observabilelor din micro şi din macrocosmos, deoarece distribuțiile unimodale de forma (4) pot fi ridicate la orice putere pozitivă. Estimatorul valorii centrale nu trebuie să fie deplasat şi această proprietate se obține pentru valori convenabile ale puterilor (k). Pentru distribuția normală valoarea centrală estimată este egală, şi în acest caz, cu media aritmetică.

2.5. Estimatorul valorii maxime a distribuţiei

Estimarea valorii maxime (p(M)) a distribuţiei unimodale, pentru care derivata este nulă se bazează pe proprietatea de ortogonalitate a vectorilor (s) şi (p), unde $s=\sum_{i=1}^{n} |\partial p(x_i)/\partial x_i|/p(x_i)-2p(M)+p(a)+p(b)$, unde a şi b sunt capetele intervaluiui compact al domeniului de definiţie al funcţiei p(x) iar $|y|$ este valoarea absolută a numărului y.

De regulă p(a)=p(b)=0 astfel încât: $s=a\cdot|f(x_i)-f(M)|-2\cdot p(M)$. (7)

Din relaţia de ortogonalitate: $\langle s|p\rangle=0$ (8)

şi cu notaţia: $\lim_{n\to\infty}\sum_{i=1}^{n} p(x)\cdot|f(x_i)-f(M)|=\lambda$, rezultă: $p(M)=a\cdot\lambda\cdot[x]/2$ (9)

relaţie care redă valoarea estimatorului valorii maxime a distribuţiei, unde cu [x] s-a notat mărimea claselor egale ale valorilor x. Mai trebuie determinată valoarea parametrului *a*.

2.6. Estimatorul varianţei

Determinarea parametrului *a*, al împrăştierii valorilor distribuţiei în jurul valorii centrale se bazează pe proprietatea de ortogonalitate a vectorilor (H) şi (p):

$$\langle H|p\rangle=0, \quad (10)$$

unde: $H=(H_i)_{i\geq 1}$ cu $H_i=\boldsymbol{ln}(p(x_i)\cdot e^{0,5})-\boldsymbol{ln}(p(M)$; cu ***ln*** s-a notat operatorul logaritmilor naturali. Seria (H) poate fi pusă în legătură cu expresia entropiei din fizica clasică precum şi cu termeni din expresia verosimilităţii maxime (Ciucu G., V. Craiu, 1974). Detaliat, proprietatea (10) se poate scrie: $\lim_{n\to\infty}\sum_{i=1}^{n} p(x_i)\cdot(\boldsymbol{ln}(p(x_i)\cdot e^{0,5})-\boldsymbol{ln}(p(M))=0$ (10')

Cu notaţia: $a=0,5/w$, se obţine din (10')estimatorul varianţei (w):

$$w=\int p(x)\cdot(F-F(M)-(x-M)\cdot f(M))\cdot dx \quad (11)$$

cu integrare pe întreg domeniul de definiţie.

Condiţiile a,b şi c din cap. 2.2 au fost astfel îndeplinite iar cunoaşterea formei distribuţiei caracteristicilor măsurate este completă.

3. Aplicaţii ale procedeului în arboretele echiene

Problema prelucrării datelor primare, provenite din măsurători ale caracteristicilor dendrometrice în arboretele echiene, prin sistematizarea lor, în vederea enunţării unor legităţi nu a mai fost abordată sub această formă în literatura de specialitate. Nu este scopul acestui articol să dezvolte utilitatea determinării corecte a funcţiilor geneză dar vom aminti, doar în treacăt, aplicaţiile deosebite ale acestui concept nou asupra determinării formei unice a ecuațiilor de corelație (L.A. Iacob, 1995, 1998, 1999, 2001, 2002) între caracteristici dendrometrice mai importante (dintre volume, diametre, înălțimi etc.). Pe baza experienței acumulate după prelucrarea unui volum însemnat de date experimentale, autorul propune adoptarea următoarelor forme ale funcțiilor geneză pentru arboretele echiene (tabelul 1):

Tabelul 1. Forme ale funcției geneză pentru arborete echiene
Table 1. Forms of genesis function for even age stands

Nr. crt.	Caracteristica dendrometrică studiată	Notație (cod)	Funcția geneză	Forma generală a argumentului densității de distribuție p(x)/p(M)=EXP(./(-2w))
1.	Diametrul (la 1,3 m)	d	d^{-1}	***ln(***d/M)-(d-M)/M
2.	Înălțimea	h	h^2	$(h^{3-}M_3)/3-(h-M)\cdot M_2$
3.	Volumul unitar	v	$v^{-0,5}$	$(v^{0,5}-M_{0,5}{}^{0,5})^2$
4.	Creşterea anuală în diametru	i_d	$i_d{}^2$	$(i_d{}^3-M3)/3-(i_d-M)\cdot M_2$
5.	Creşterea curentă în înălțime	i_h	$i_h{}^{0,5}$	$2\cdot(i_h{}^{1,5}-M^{1,5})/3-(i_h-M)\cdot M^{0,5}$

În tabel, simbolul (M) este atribuit valorii modei-medie, care în cazul diametrelor este media armonică, pentru înălțimi este media pătratică etc. Distribuțiile obținute prezintă forma specifică caracteristicilor studiate (asimetrie de stânga pentru diametre, asimetrie de dreapta pentru înălțimi) şi pot fi folosite pentru ajustarea distribuțiilor experimentale cu mare uşurință. Estimarea valorii centrale prezintă particularitatea calculului ponderilor pătratice care, în majoritatea cazurilor, este mai precisă decât media de pondere unitară. În plus, valoarea centrală este corect definită, prin intermediul funcției geneză, ceea ce îi conferă credibilitate, înlăturând procedeul greoi al corecțiilor datorate asimetriilor față de media aritmetică.

Se prezintă, în mod mai detaliat şi sub rezerva provizoratului impus de noutatea domeniului investigat, cele mai des întâlnite funcții geneză şi distribuții ale frecvențelor teoretice pentru principalele caracteristici dendrometrice din arboretele echiene:

a) Atunci când abscisa punctului de extrem este exprimată prin media aritmetică (**M** = $\bar{x}$) rezultă funcția geneză: **f**(x)=x şi distribuția asociată ei:

$$\mathbf{p}(x)=(\boldsymbol{\lambda}\cdot[x]/4\cdot\sigma^2)\cdot \boldsymbol{EXP}((x^2-2\cdot\bar{x}\cdot x+\bar{x}^2)/(-2\sigma^2)) \quad (12)$$

(adică expresia binecunoscută a distribuției **normale)**.

Distribuția normală caracterizează cu precădere fenomenele fizice care implică mase, gravitație etc., dar este mai rar întâlnită în dendrometrie.

b) Atunci când abscisa punctului de extrem este şi medie armonică (**M**=A), funcţia geneză este **f**(d)=1/d iar expresia distribuţiei frecvenţelor este de tip gamma (figura 1):

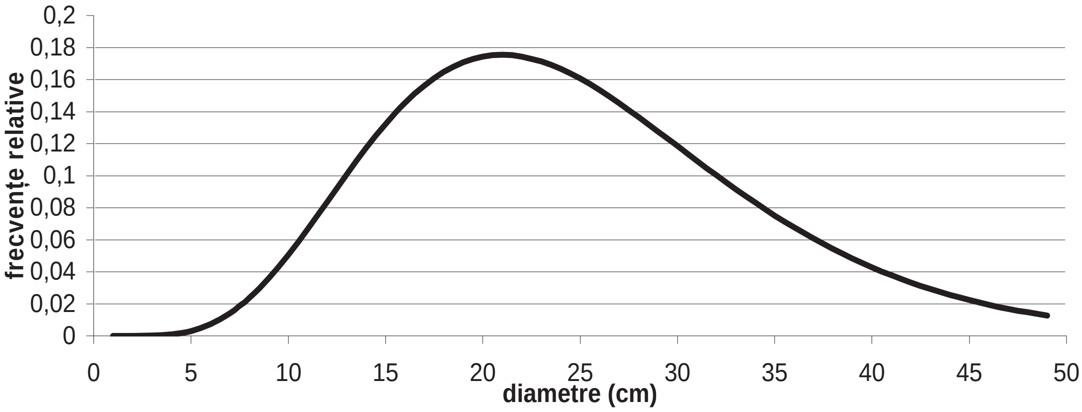

Figura 1 Distribuția diametrelor într-un arboret pur echien
(funcția generatoare f(d)=1/d)
Figure 1. Diameter distribution in an even age stand

$$\mathbf{p}(d)=\{[d/(\bar{d}-A)]\hat{}[A/(\bar{d}-A)]\}\cdot \boldsymbol{EXP}(-d/(\bar{d}-A))/\Gamma(\bar{d}/(\bar{d}-A)) \qquad (13)$$

Distribuţia tip (13) prezintă o asimetrie pronunţată de stânga şi caracterizează, în general, fenomenele câmpului electromagnetică (distribuţii după lungimile de undă).

În expresia (13) se poate folosi relaţia particulară dintre media geometrică (G) şi mediile aritmetică şi armonică (valabilă numai în cazul distribuţiei gamma) în care varianţa:

$$\mathbf{w}=\boldsymbol{ln}(G/A)-(\bar{d}-A)/A= -0,5\cdot(\bar{d}-A)/A \qquad (13')$$

unde ***ln*** este operatorul funcţiei logaritmilor naturali (neperieni); Γ(n) este numărul definit de funcţia standard de tip gamma a lui Euler.

Din măsurătorile efectuate în arboretele echiene, pure sau amestecate, se constată, în mod sistematic, că media armonică a diametrelor (măsurate la 1,3 m.) este abscisă a punctului de maxim a distribuţiilor experimentale, pentru fiecare specie în parte. Atunci cînd moda-medie a distribuţiei diametrelor este nulă (M=A=0) distribuţia gamma se identifică cu distribuţia exponenţială negativă, de tip Meyer, ceea ce permite unificarea tipului de distribuţii pe clase de diametre atât la speciile din arboretele echiene cât şi la cele din arboretele pluriene (de tip grădinărit); acest fapt constituie un argument în plus în favoarea validării procedeului propus.

c) Pentru distribuţia frecvenţei înălţimilor, la speciile din arboretele echiene, datele experimentale au validat, ca abscisă a modei, media de gradul doi ($\mathbf{M}=(M_2)^{0,5}$), de unde rezultă funcţia geneză: $\mathbf{f}(x)=h^2$

şi: $\mathbf{p}(h)=(\boldsymbol{\lambda}\cdot[h]/(4\cdot lwl))\cdot \boldsymbol{EXP}((h^3/3+2\cdot M_2^{1,5}/3-h\cdot M_2)/(-2\cdot w))$ (14)

unde: $w=M_3/3+2\cdot M_2^{1,5}/3-\bar{h}\cdot M_2$ iar M_3 este media de gradul trei.

Acest tip de distribuții prezintă asimetrie de dreapta (figura 2) şi pot fi folosite – atunci când abscisa modei-medie este nulă – şi în modelarea repartiției înălțimilor pentru speciile din arboretele grădinărite.

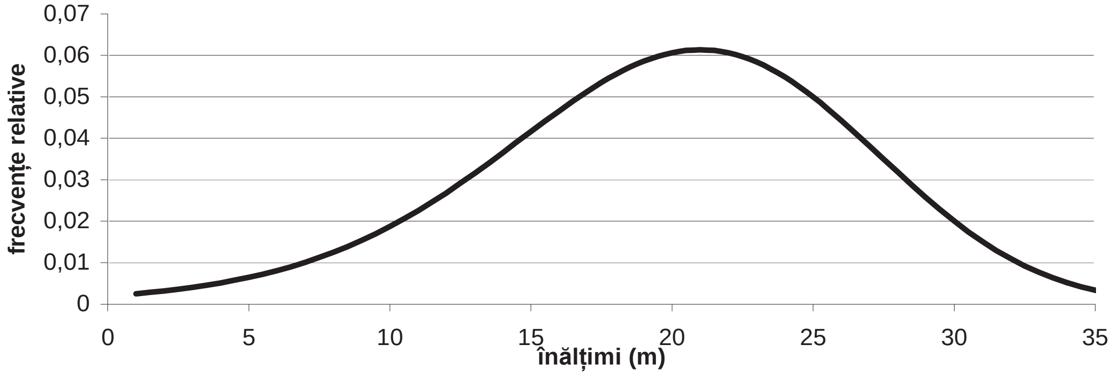

Figura 2 Distribuția înălțimilor în arborete pure echiene (funcția generatoare f(h)=h^2)
Figure 2. Height distribution in even age stands

d) Distribuția arborilor din aceeaşi specie într-un arboret echien, pe clase de volume (figura 3), confirmă constatările cercetărilor anterioare (V. Giurgiu, 1979, I. Leahu, 1993) după care gruparea arborilor se face în categoriile de volume inferioare, curba prezentând o asimetrie mai mare decât cea a curbei de frecvențe a diametrelor. Funcția generatoare identificată este de forma: $f(v)=v^{-0,5}$ cu moda-medie **M**$=(M_{-0,5})^{-2}$ iar funcția de distribuție a frecvențelor devine normală (V. Giurgiu, 1979) când se introduce transformarea $x=v^{0,5}$:

$$\mathbf{p}(v)=k\cdot \boldsymbol{EXP}(((v\cdot M_{-0.5})^{0.5}-(M_{-0.5})^{-0.5})^{2}/(2\cdot w)) \quad (15)$$

unde: k este o constantă de normare;

$$w=2\cdot M_{0.5} - \bar{v}\cdot M_{-0.5} -(M_{-0.5})^{-1}; \quad (15')$$

$M_{\pm 0,5}$ este media de ordin ±0,5 (15’’

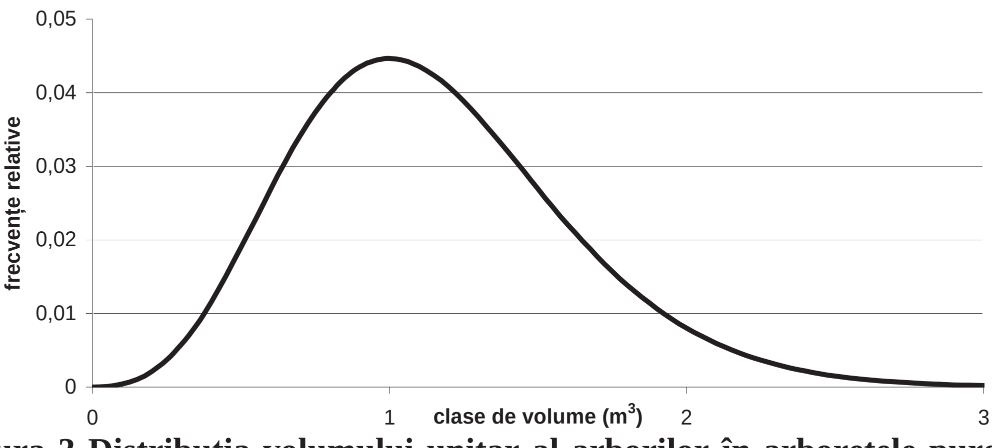

Figura 3 Distribuția volumului unitar al arborilor în arboretele pure echiene (funcția generatoare f(v)=1/v^0.5)
Figure 3.Unitary volume distribution in even age stands

Pentru caracteristicile auxologice a fost verificată corelația dintre funcția geneză a vârstei arboretelor (care este de forma: $f(t)=t^{-2/3}$) şi funcțiile geneză ale diametrelor, înălțimilor etc., rezultând funcțiile geneză prezentate în tabelul nr.1.

Este remarcabilă similitudinea dintre forma funcției geneză a creşterii curente în diametru cu forma funcției geneză a vitezei în ecuația de conservare a energiei mecanice.

4. Concluzii

Prelucrarea datelor experimentale ale caracteristicilor dendrometrice poate fi sistematizată în următoarele etape (tabelul nr. 2), care folosesc proprietatea de ortogonalitate a două şiruri de valori, din care unul este, de regulă, cel al funcțiilor de distribuție p(x):

Tabelul nr. 2

Etapa	Relația matematică condensată	Relația matematică explicită	Caracteristica determinată	Proprietatea de orto-gonalitate
I	$<p\|f(\boldsymbol{A})\text{-}f(M)\cdot\boldsymbol{I}\|\cdot\|p^{k-1}> \xrightarrow{P} 0$	$\lim_{n\to\infty}\sum_{i=1}^{n} p^k(x_i)\cdot(f(x_i\text{-}f(M)) \xrightarrow{P} 0$	funcția geneză	$p\perp(f\text{-}f(M))$
II	$\|\nabla p> = a\cdot(f(\boldsymbol{A})\text{-}f(M)\cdot\boldsymbol{I})\cdot\|p>$	$\partial p(x)/\partial x = p(x)\cdot a\cdot(f(x)\text{-}f(M))$	funcția de distribuție	-
III	$<\nabla p\|p>=0$	$\lim_{n\to\infty}\sum_{i=1}^{n} p^2(x_i)\cdot(f(x_i)\text{-}f(M) \xrightarrow{P} 0$	moda-medie (M)	$\nabla p\perp p$
IV	$<s\|p>=0$	$\sum_{i=1}^{n} p(x_i)\cdot a\cdot\|f(x_i)f(M)\|=2p(M)$	frecvența maximă	$s\perp p$
V	$<H\|p>=0$	$\lim\sum_{i=1}^{n} p(x_i)\cdot(\boldsymbol{ln}(p(x_i)\cdot e^{0,5})\text{-}$ $\text{-}\boldsymbol{ln}(p(M)) \xrightarrow{P} 0$	varianța (w)	$H\perp p$

Procedeul propus evidențiază importanța conceptului de funcție geneză (f(x)) şi poate fi folosit, cu succes, pentru determinarea funcțiilor teoretice de distribuție p(x) pentru caracteristicile dendrometrice (x) ale arborilor din arboretele echiene. Funcțiile geneză se pot regăsi ca termeni ai ecuațiilor de conservare în fizică şi în dendrometrie.

Bibliografie

Brînzănescu, V., Stănăşilă, O., 1998, *Matematici speciale*. Editura ALL, Bucureşti.

Ciucu, G., Craiu, V., 1974, *Inferență statistică*. Editura didactică şi pedagogică, Bucureşti.

Giurgiu,V., 1972, *Metode ale statisticii matematice aplicate în silvicultură*. Editura CERES, Bucureşti.

Giurgiu, V., 1979, *Dendrometrie şi auxologie forestieră.* Editura CERES, Bucureşti.

Iacob L.A., 1995, *Procedeu de determinare a distribuțiilor unimodale cu aplicații în silvicultură.* În Analele Universității "Ştefan cel Mare" Suceava, Secțiunea Silvicultură, vol. II.

Iacob L.A.,1998, *Procedeu de determinare a distribuțiilor unimodale cu aplicații în silvicultură.* Simpozion I.C.A.S. Bucureşti, A.S.A.S. Bucureşti.

Iacob L.A.,1998, *Cuantificarea distribuțiilor unimodale ale caracteristicilor dendrometrice în arboretelor echiene.* Sesiunea de comunicări ştiințifice: "Soluții practice pentru problemele actuale ale silviculturii", I.C.A.S. Braşov.

Iacob L.A., 1999, *Cuantificarea distribuțiilor unimodale privind unele caracteristici dendrometrice ale arboretelor echiene.* În: Revista de Silvicultură a sud-estului Transilvaniei, nr. 1-2 (9-10), 1999, anul IV, Societatea Progresul Silvic, filialele Braşov, Covasna, Sibiu, Harghita, Târgu Mureş.

Iacob L.A., 2001, *Contribuții la determinarea ditribuțiilor şi a ecuațiilor de regresie pentru principalele caracteristici dendrometrice ale arboretelor echiene.* Sesiunea anuală de comunicări ştiințifice: "Cercetarea ştiințifică pentru gestionarea durabilă a pădurilor", A.S.A.S. Bucureşti. În: Anale, volumul 1, anul 2001, "Cercetarea ştiințifică pentru gestionarea durabilă a pădurilor", I.C.A.S. Bucureşti.

Iacob L. A., 2002, *Procedeu pentru stabilirea distribuțiilor şi a ecuațiilor de regresie la unele caracteristici dendrometrice ale arboretelor.* Dezbatere ştiințifică, Academia Română, 12 decembrie 2002, Bucureşti.

Leahu, I., 1993, *Dendrometrie.* Editura didactică şi pedagogică, Bucureşti.

Potolea, E., 2001, *Legile şi principiile fizicii.* Editura Adevărul, Bucureşti.

Țițeica, Ş., 1984, *Mecanica cuantică.*Editura Academiei Române, Bucureşti.

Abstract

A Method for Even Age Stands Measurement Data Analysis

Using the orthogonal property of two value series, (one of the being distribution density p(x)), we determined the genesis function (f(x)), and than the correct form of the distribution function for each dendrometrichal characteristic using the estimator of central value. We have shown the genesis function for even age stands.

Keywords: unimodal distribution, the genesis function, estimator of central value, orthogonality

---

Dr. ing. Liviu IACOB, Ocolul Silvic Botoşani,